Intento de encontrar una explicación matemática de que si la raíz no es exacta entonces es irracional.

Supongamos que raíz de p es un número racional no exacto, con p un número primo, entonces podemos escribir $\sqrt{p} = \frac{m}{n}$ con m, n $\in$N siendo también números primos, mcd (m,n) =1, es decir el máximo común divisor es 1,

A partir de la raiz

$$p = \frac{m^2}{n^2} \rightarrow n^2 = \frac{m^2}{p}$$

entonces p es divisor de m^2 y puesto que p es primo también tenemos que p es divisor de m.

Si p es divisor de m, entonces podemos colocar a m como m = pk, con k un número perteneciente a los naturales, así pues,

$$n^2 = \frac{(pk)^2}{p} = pk^2 \rightarrow k^2 = \frac{n^2}{p}$$

obtenemos que p es un divisor de n y también de m, contradiciendo la hipótesis que m i n son primos.

Al encontrar una contradicción, la suposición de que la raíz de p es un racional no se sostiene. Entonces solo cabe que sea irracional.