

### Frecuencia Radiación

La solución a la propuesta de tu problema no es tan sencilla. Hay que entender que al estar acelerado, el electrón va aumentando su velocidad y por tanto va ganando energía cinética. En electromagnetismo utilizamos el comportamiento clásico y la frecuencia de radiación es un tema complejo puesto que no existe una única frecuencia sino muchas. Entonces el estudio matemático se nos complica un poco con la descomposición espectral de las frecuencias de emisión, de absorción, etc. Me parece que no es lo que me preguntas.

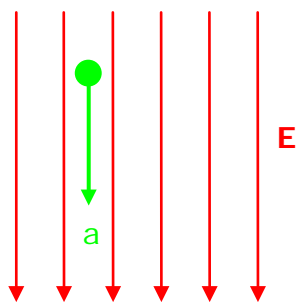
Te voy a dar una solución que me parece es la que se ajusta a tu pregunta y tiene que ver con el comportamiento cuántico. La energía del campo de radiación se convierte en un fotón con esta energía. Consideremos que el electrón se acelera y va ganando energía cinética a través de una diferencia de potencial V.

En este contexto, hacemos otra consideración, la frecuencia de emisión del campo de radiación lo asociamos a un fotón de energía la máxima que puede tener el electrón, que será la energía cinética máxima.

La energía de un fotón es proporcional a la frecuencia de emisión del campo de radiación, de la forma

$$E_{\gamma} = h\nu$$

donde h es la constante de Plank y  $\nu$  la frecuencia de la radiación.



Tenemos pues el electrón que es acelerado dentro de un campo eléctrico E durante una distancia x.

Calculamos la aceleración a partir de la segunda ley de Newton. Después calculamos la velocidad adquirida al recorrer una distancia x. Seguidamente igualamos la energía cinética a la energía de un fotón.

1- Cálculo de la aceleración

$$ma = eE \Rightarrow a = \frac{e}{m} E = \frac{e V}{m x} \Rightarrow \boxed{a = \frac{eV}{mx}}$$

2- Cálculo de la velocidad

$$v^2 = 2ax = 2 \frac{eV}{mx} x = 2 \frac{eV}{m} \Rightarrow v = \sqrt{2 \frac{eV}{m}}$$

3- Cálculo de la energía cinética

Puesto que la energía cinética depende del cuadrado de la velocidad

$$E_{cin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(2\frac{eV}{m}\right) = eV$$

Fíjate que encontramos que la energía asociada a un electrón acelerado a través de una diferencia de potencial  $V$  es el producto de la carga por la diferencia de potencial. Encontramos la definición de electrón-voltio.

4- Igualamos la energía cinética máxima del electrón con la energía asociada al fotón de radiación.

$$eV = h\nu \Rightarrow \nu = \frac{eV}{h} = \left(\frac{e}{h}\right)V$$

$$\nu = \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}}\right)10^4 = (2,41 \cdot 10^{14})10^4 = 2,41 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$$

Obtenemos una frecuencia de  $2,41 \cdot 10^{18}$  Hz, que corresponde al espectro de radiación de rayos X.

#### I. Anexo

En el segundo apartado utilizo la relación entre la velocidad y la distancia recorrida, se puede deducir de la siguiente manera:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{dv}{dt} \\ v = \frac{dx}{dt} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} dt = \frac{dv}{a} \\ dt = \frac{dx}{v} \end{array} \right| \rightarrow \frac{dv}{a} = \frac{dx}{v} \rightarrow \boxed{v dv = a dx}$$

Integramos la ecuación diferencial recuadrada, teniendo en cuenta que la velocidad inicial es cero y que la aceleración es una constante.

$$\int v dv = \int a dx$$

$$\frac{1}{2}v^2 = ax \rightarrow v^2 = 2ax$$